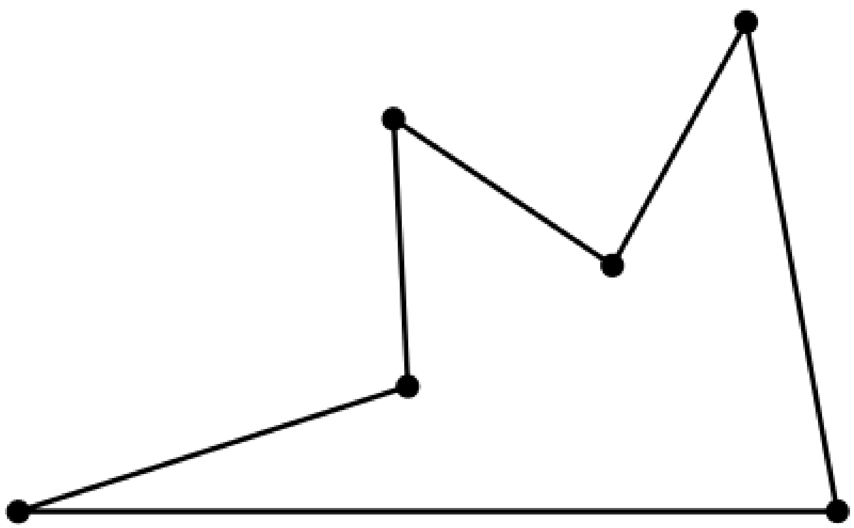
Jádro polygonální oblasti

36VGE
ZS 2007/2008
FEL ČVUT

Roman Hocke

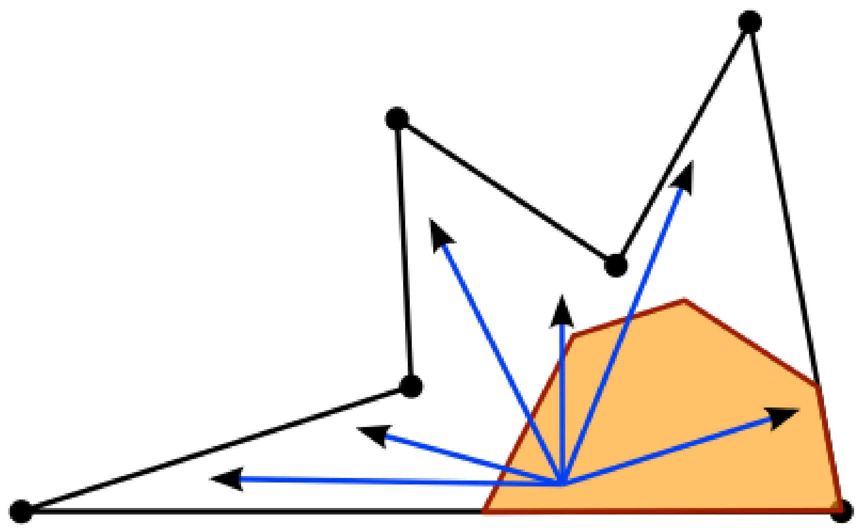
Jádro polygonální oblasti



Množina všech bodů, ze kterých jsou „vidět“ všechny **ostatní body** polygonu.

Jádrem **konvexního polygonu** jsou všechny jeho body.

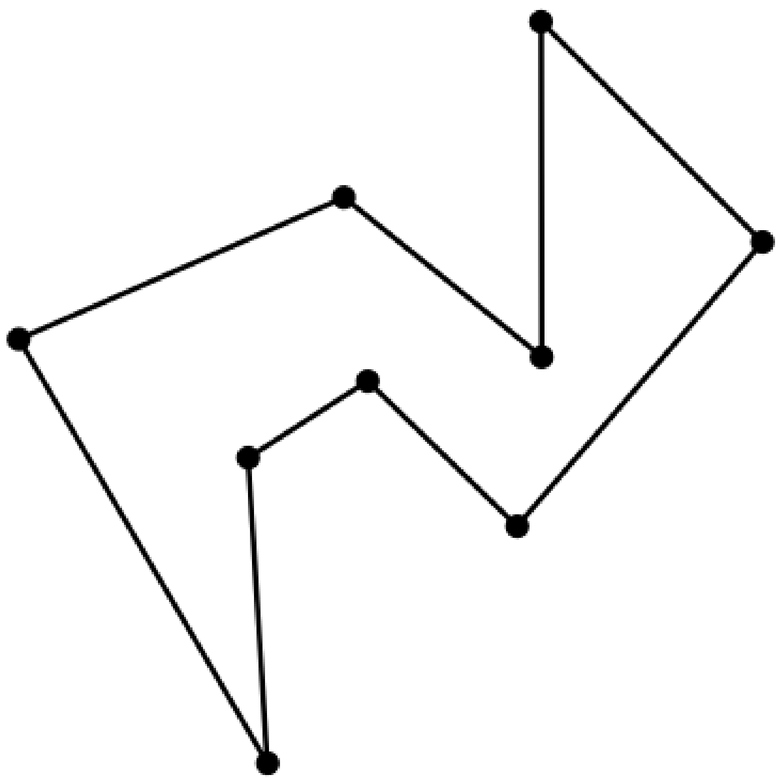
Jádro polygonální oblasti



Jádro má **konvexní tvar** (existuje-li).

Existuje pouze u **konvexních** nebo **hvězdicových** (star-shaped) polygonů.

Jádro polygonální oblasti



Příklad polygonální oblasti, která **nemá jádro**.

Motivace

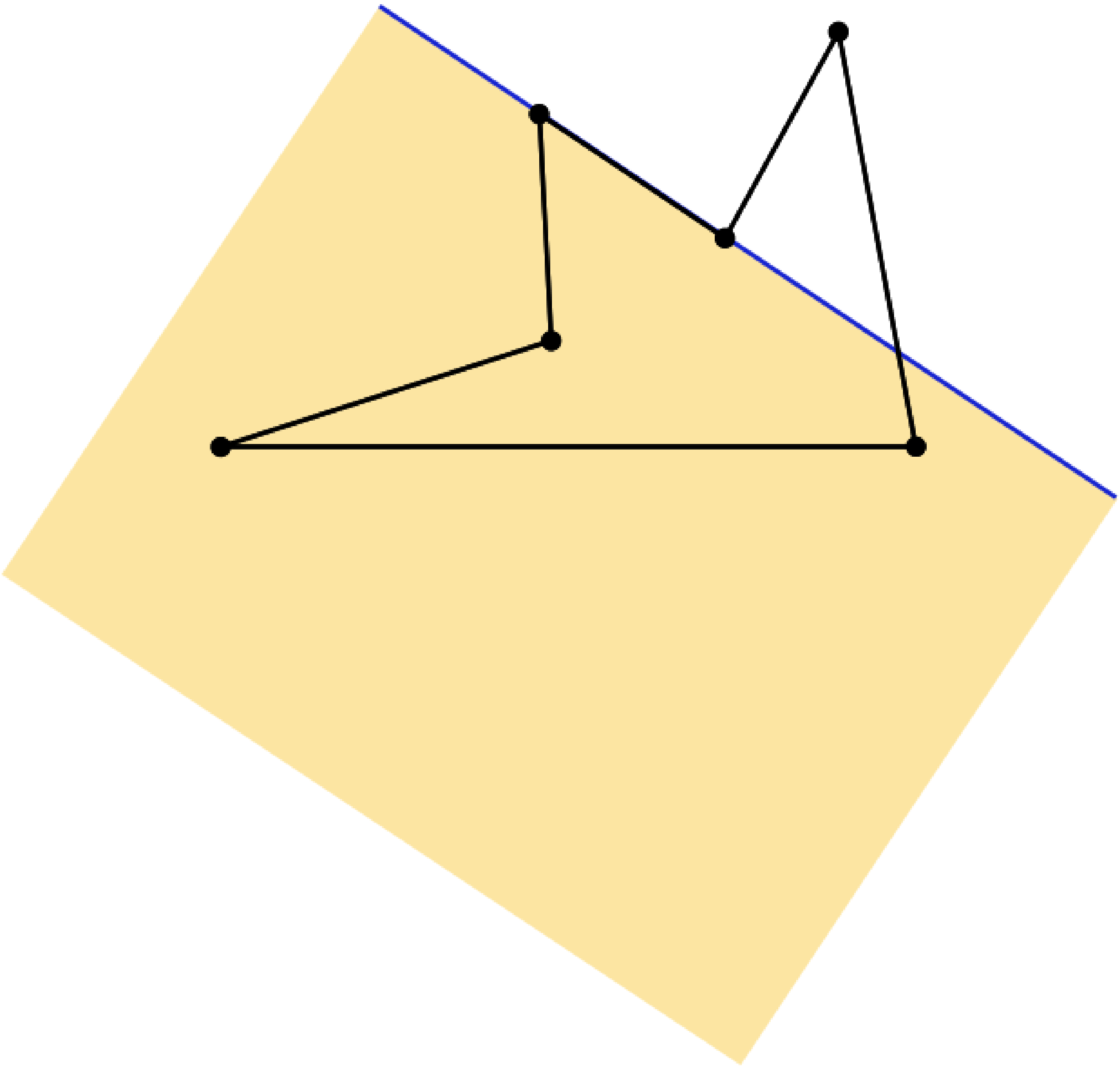
- Jádro je oblast, ze které lze „dohlédnout“ do všech míst v polygonální oblasti.

- Ideální poloha v místnosti pro bezpečnostní **kamery**, **senzory**...
- Místo pro **vysílač**, který má pokrýt signálem celou danou polygonální oblast (přímá viditelnost).

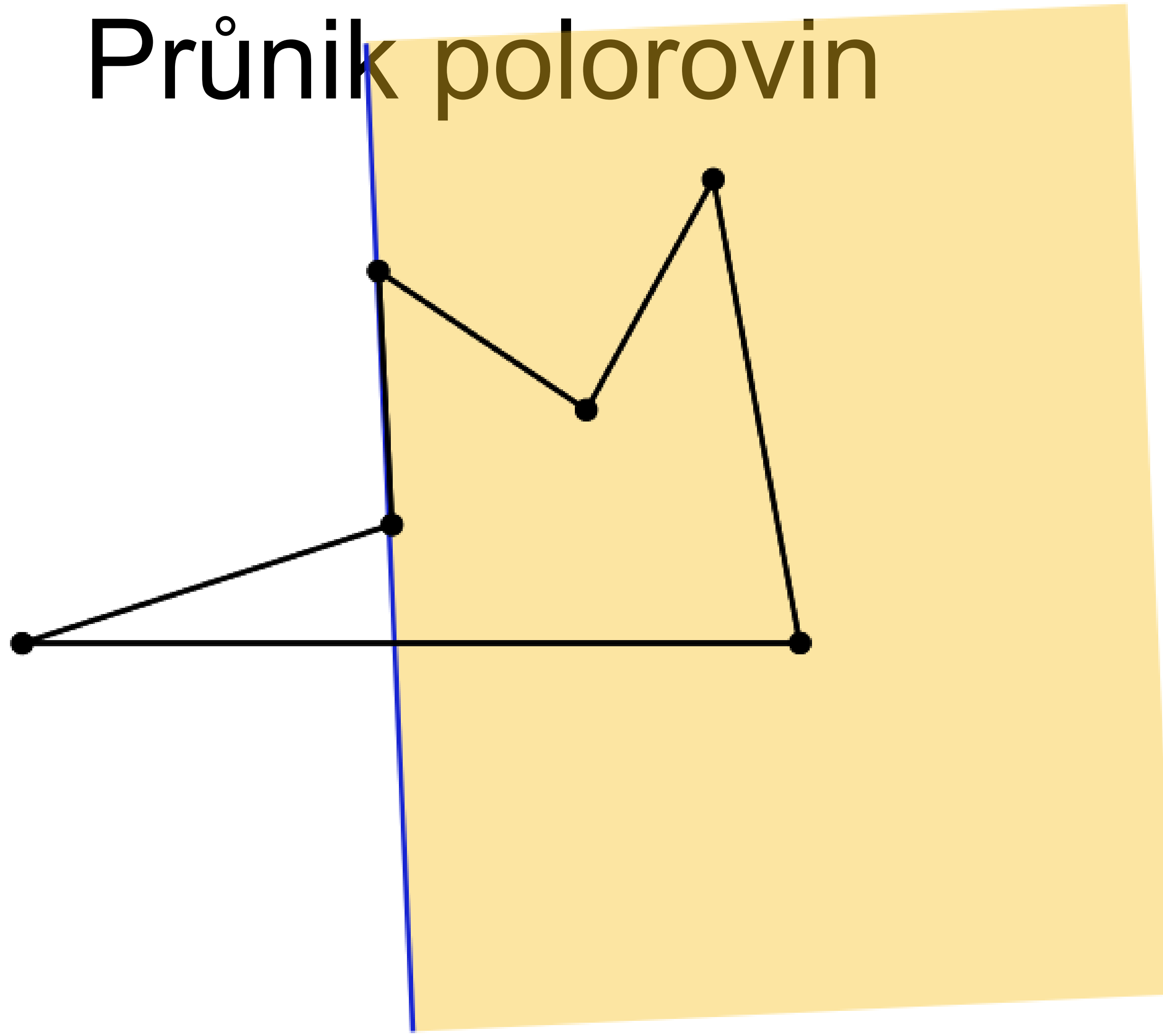
Průnik polorovin

- Jádro polygonální oblasti lze sestrojit jako **průnik polorovin**.
- V úvahu se berou poloroviny určené hranami polygonu.

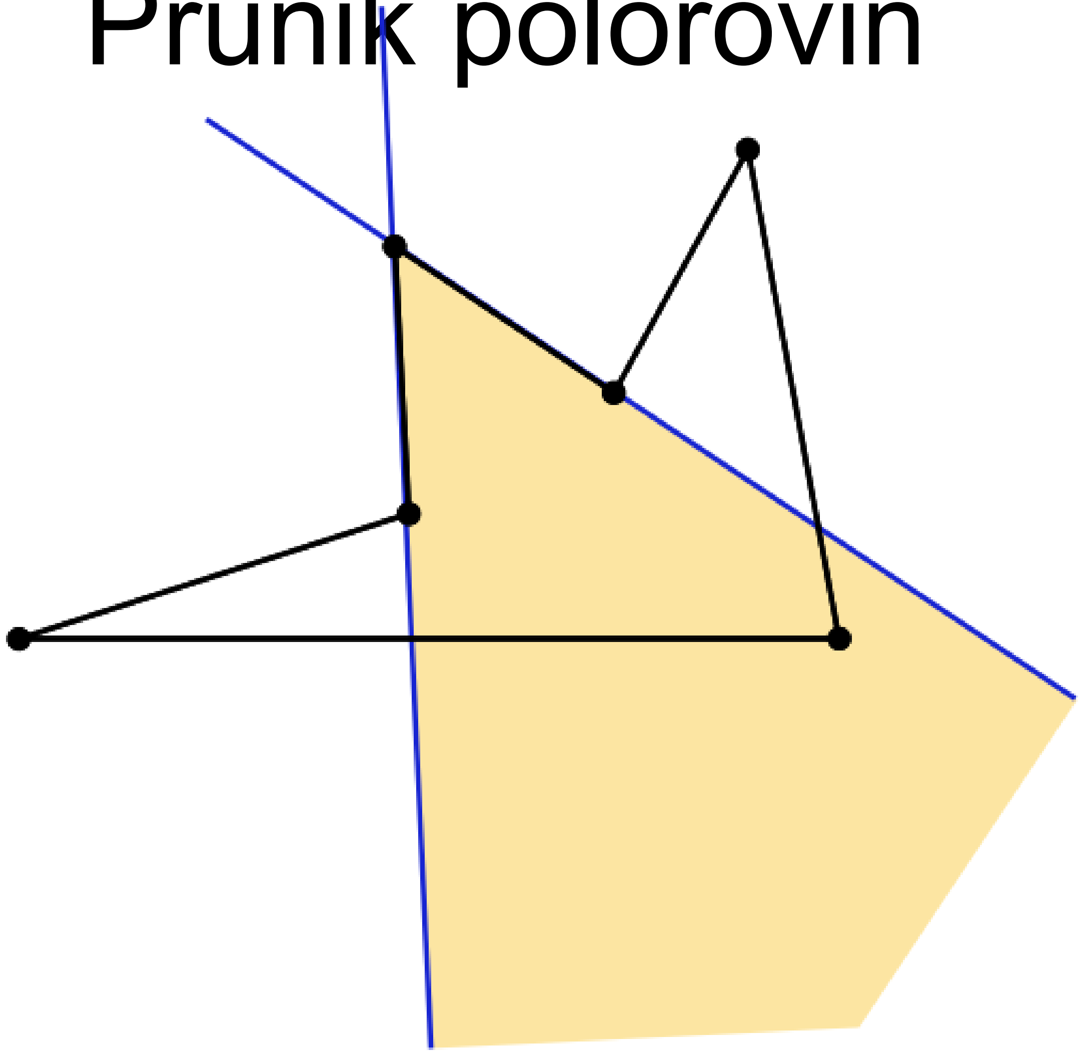
Průnik polorovin



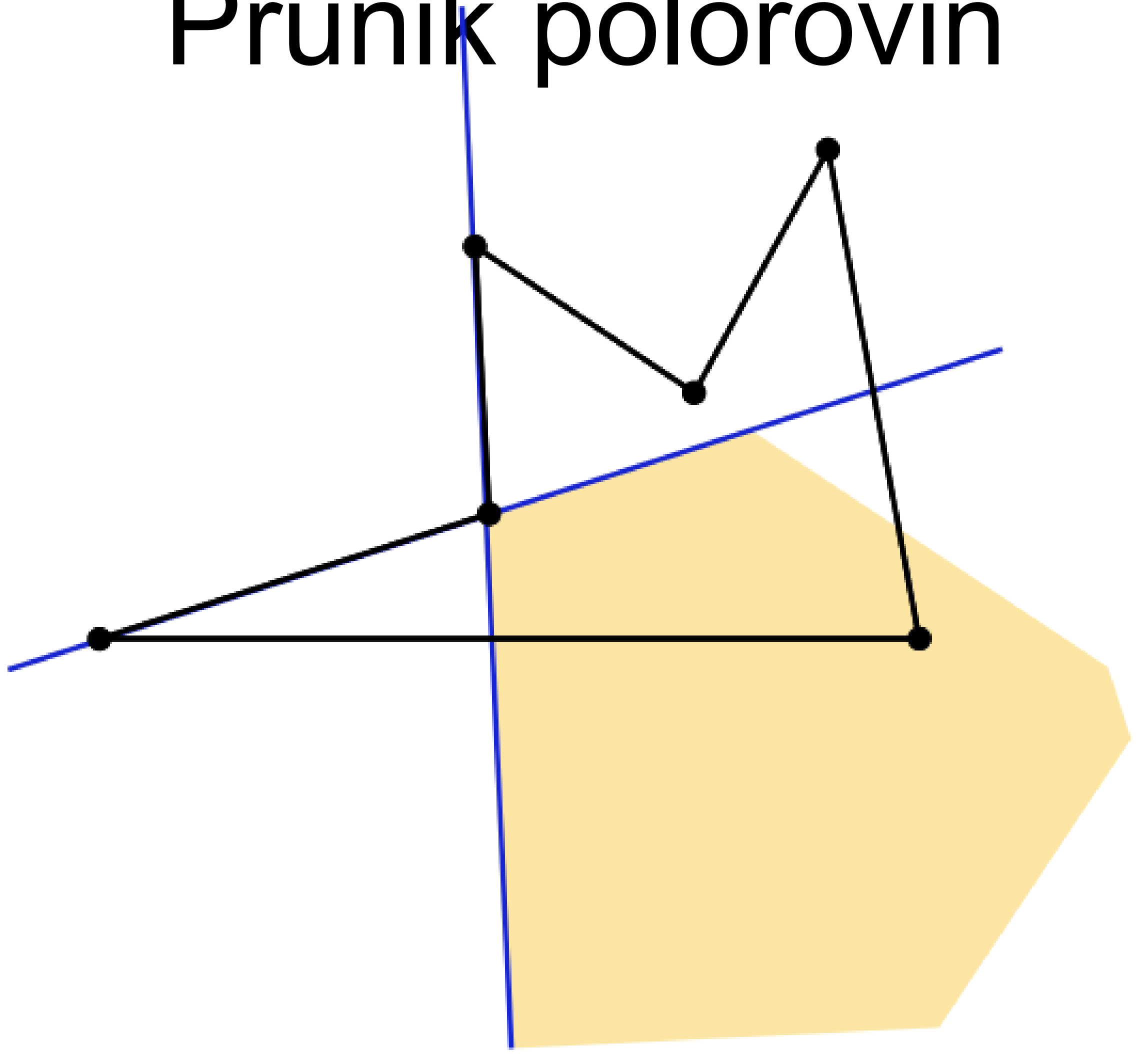
Průnik polorovin



Průnik polorovin



Průnik polorovin



Průnik polorovin

- Průnik polorovin je asociativní operace:
  $(H1 \cap H2) \cap H3 = H1 \cap (H2 \cap H3)$
- Lze použít metodu *Rozděl a panuj.*

Průnik polorovin

Vstup: množina polorovin M

Výstup: polygon vzniklý jako průnik polorovin z M

- pokud |M| = 1, vrať polorovinu z M
- pokud |M| > 1, pak
  - rozděl M na disj. Podmnožiny M1, M2
  - rekurzivně najdi polygony P1, P2 - průnik polorovin v M1, M2
  - vrať průnik P1 $\cap$ P2

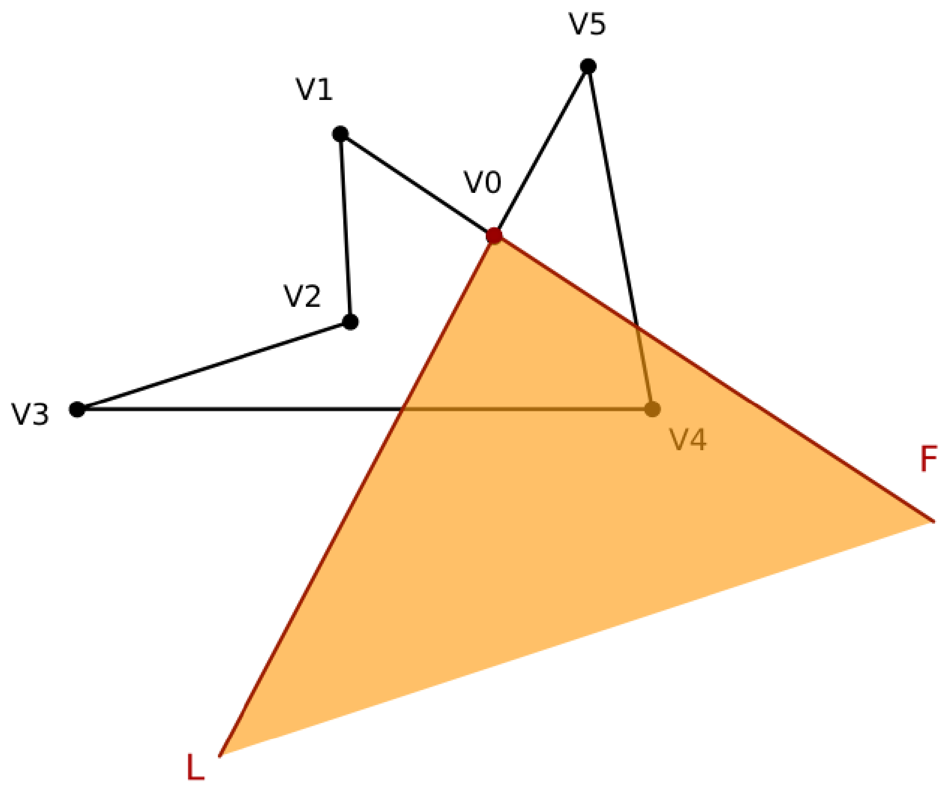
Průnik polorovin

- Časová složitost metody *Rozděl a panuj*:
  - „strom“ rekurze má při *n* polorovinách hloubku *log(n)*
  - průnik 2 polygonů o *j* a *k* hranách má složitost *(j+k)*
  - v nejnižší úrovni „stromu“ probíhá průnik polygonů o nejmenším počtu hran
  - celková časová složitost je ***n.log(n)***

Lee - Preparata

- systematičtější hledání průniku polorovin
- postupné „odřezávání“ nevhodných částí z budoucího jádra
- budoucí jádro udržujeme jako spojový seznam vrcholů a hran seřazení proti směru hod. ručiček (CCW)
- rozdělíme vrcholy polygonu na:
  - konvexní – s vnitřním úhlem < 180°
  - reflexní – s vnitřním úhlem > 180°

Lee - Preparata



- Výchozí stav
  - vybereme *reflexní* vrchol *V0*
  - najdeme polopřímky z *V0* opačnými směry, než příslušné hrany
  - tyto přímky určují výchozí podobu budoucího jádra – oblast K

Lee - Preparata

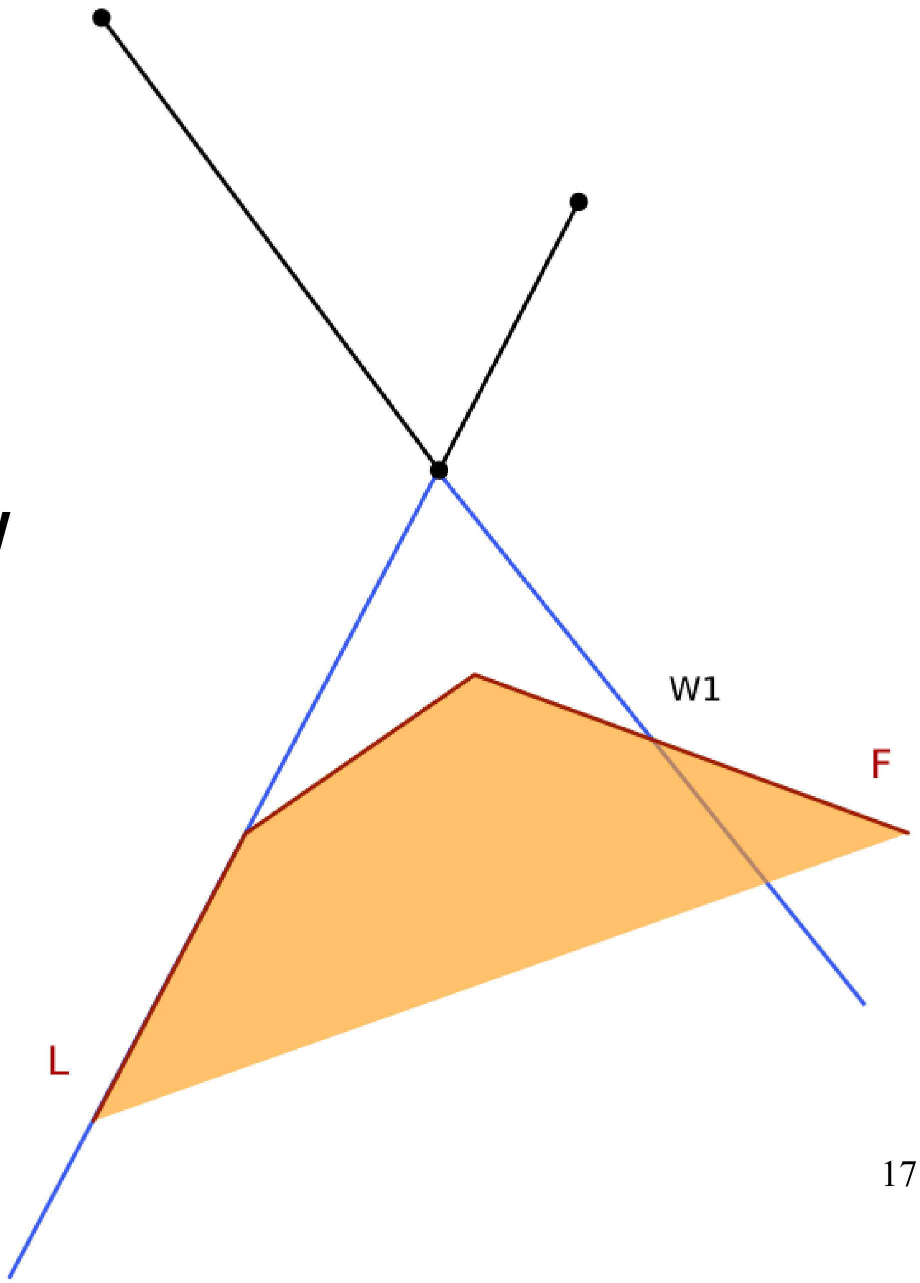
- body *F* a *L* inicializujeme v „nekonečnu“
- tyto body představují levou a pravou hranici oblasti *K* při pohledu z aktuálního vrcholu polygonu

- poté postupně procházíme vrcholy polygonu
- upravujeme a ořezáváme oblast *K* na základě vlastností vrcholů a hranpolygonu

Lee - Preparata

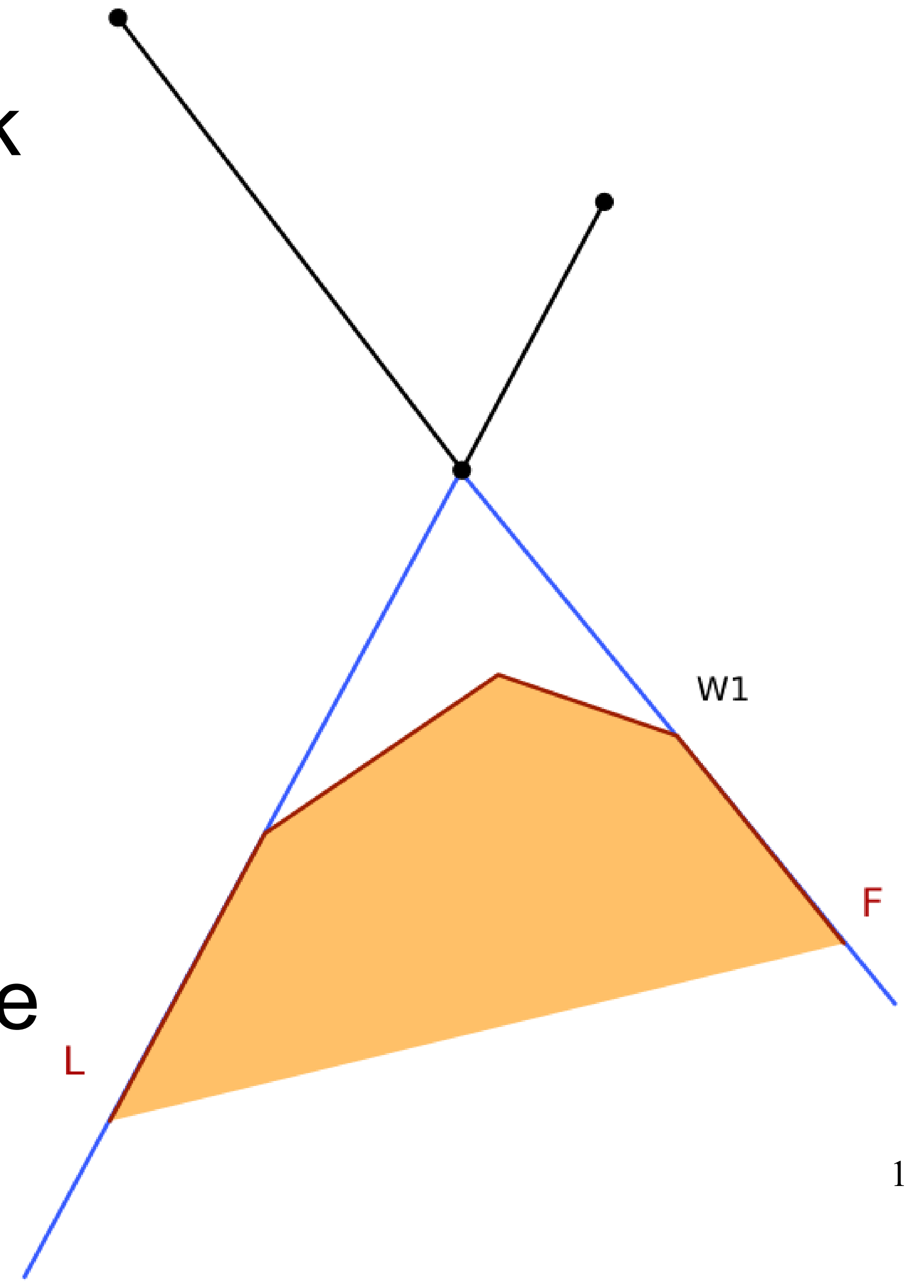
1. Vrchol je reflexní a bod F leží vlevo od polopřímky z dalšího vrcholu

- z bodu F hledáme CCW průsečík s polopřímkou
- nenajdeme-li, je *K* prázdné



Lee - Preparata

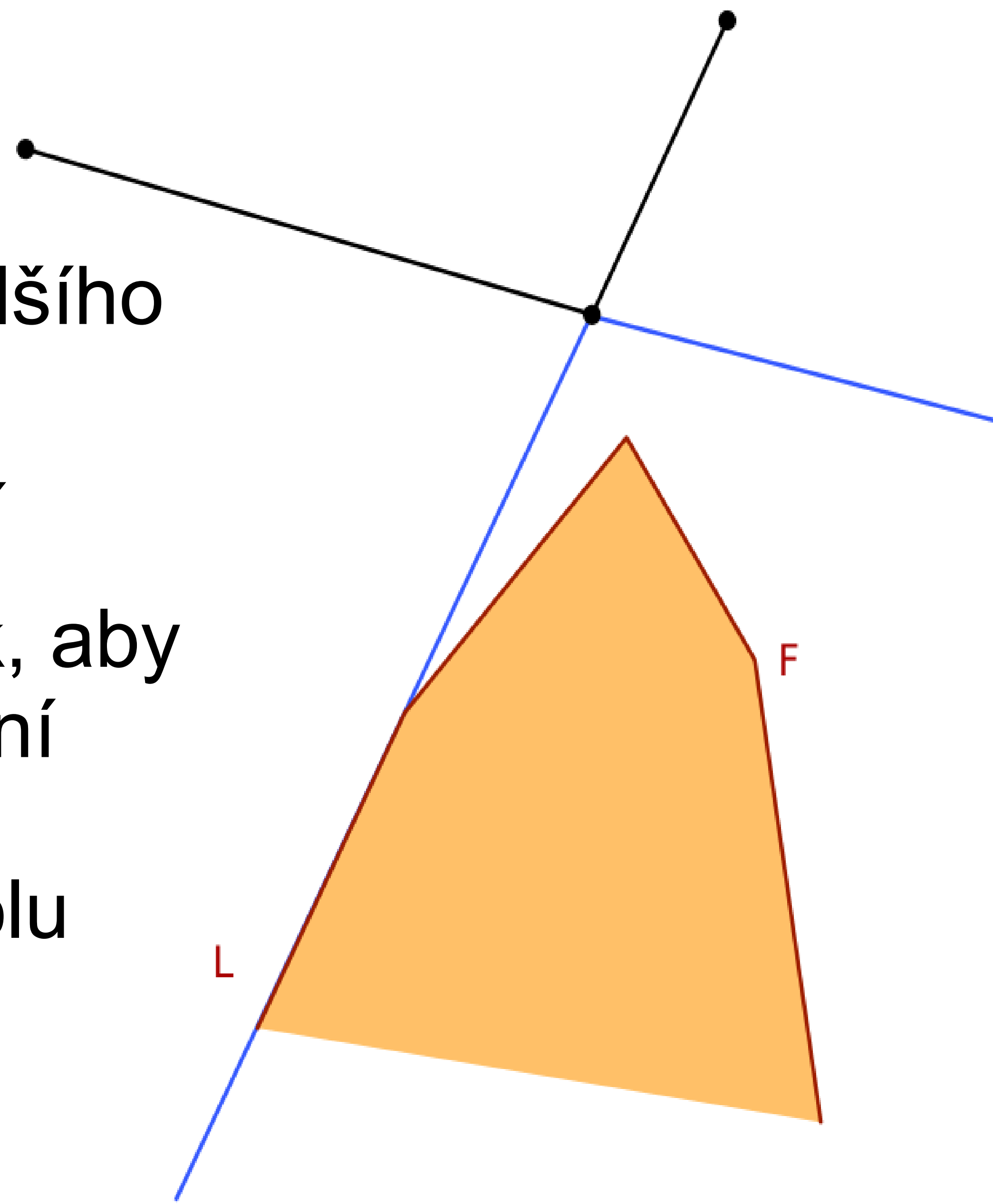
- hledáme druhý průsečík přímky s *K* (CW)
- najdeme-li, posuneme do druhého průsečíku bod *F*
- „odřízneme“ příslušnou část *K*
- zjistíme, zda *K* zůstane neuzavřený (pokud jsme nenašli druhý průsečík)



Lee - Preparata

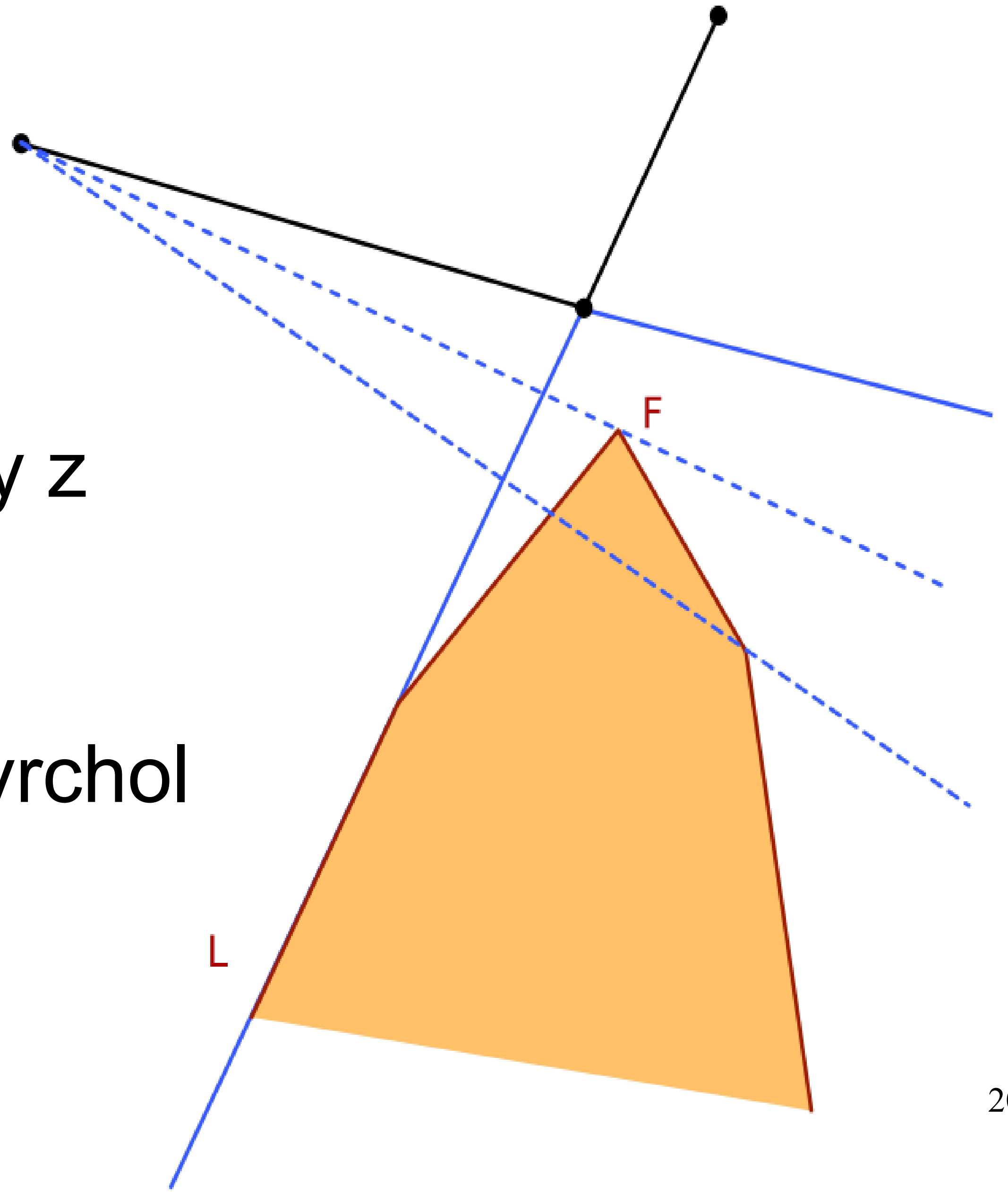
2. Vrchol je reflexní
   a bod F leží vpravo
   od polopřímky z dalšího
   vrcholu

- jádro *K* se nezmění
- upravíme bod *F* tak, aby
  to byl i nadále „krajní
  viditelný“ bod z
  následujícího vrcholu
  polygonu



Lee - Preparata

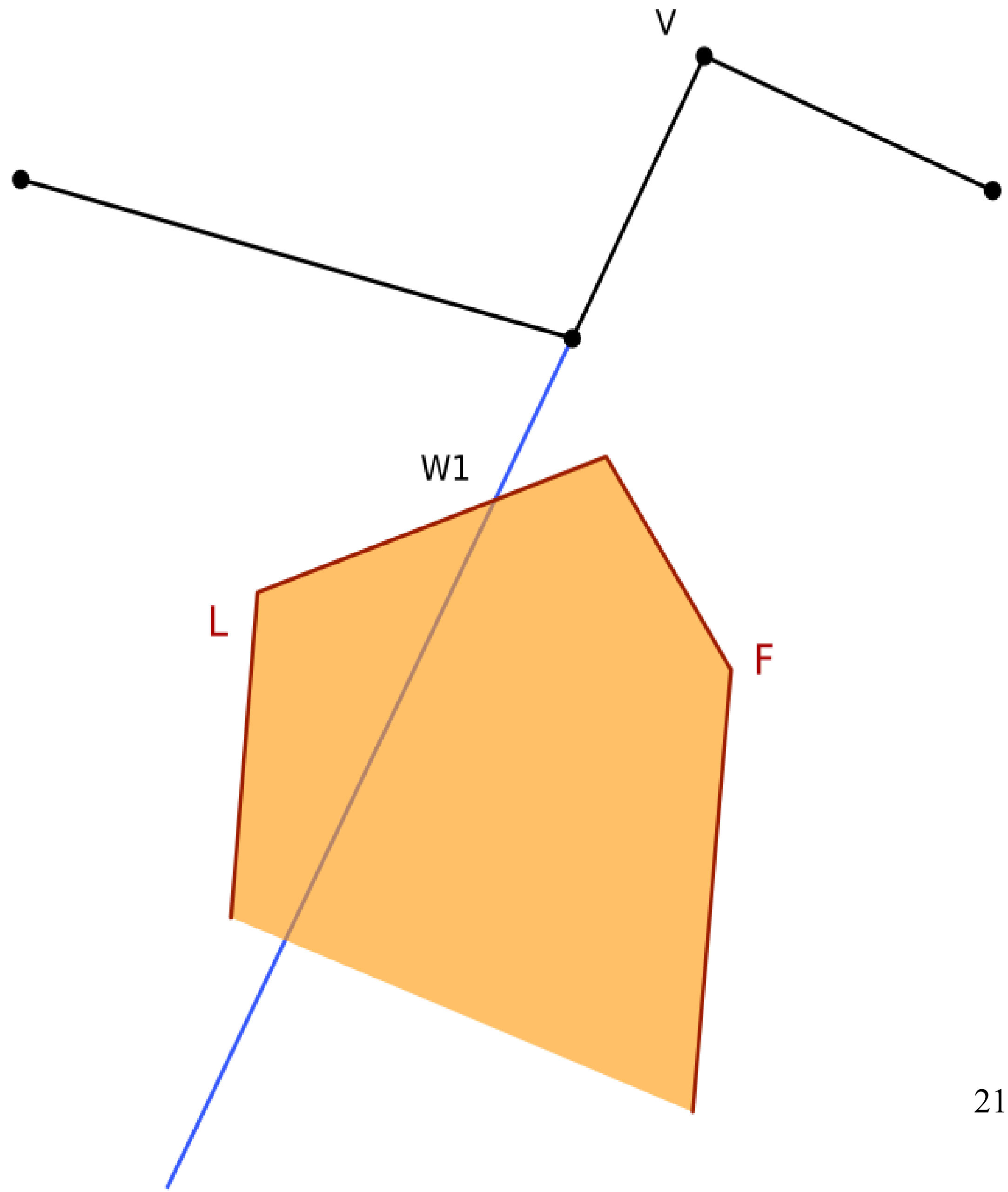
- procházíme *K* proti směru hod. ručiček, dokud je následující bod z *K* vlevo od polopřímky z vrcholu do *F*
- vrchol, ve kterém skončíme, je nový vrchol *F*



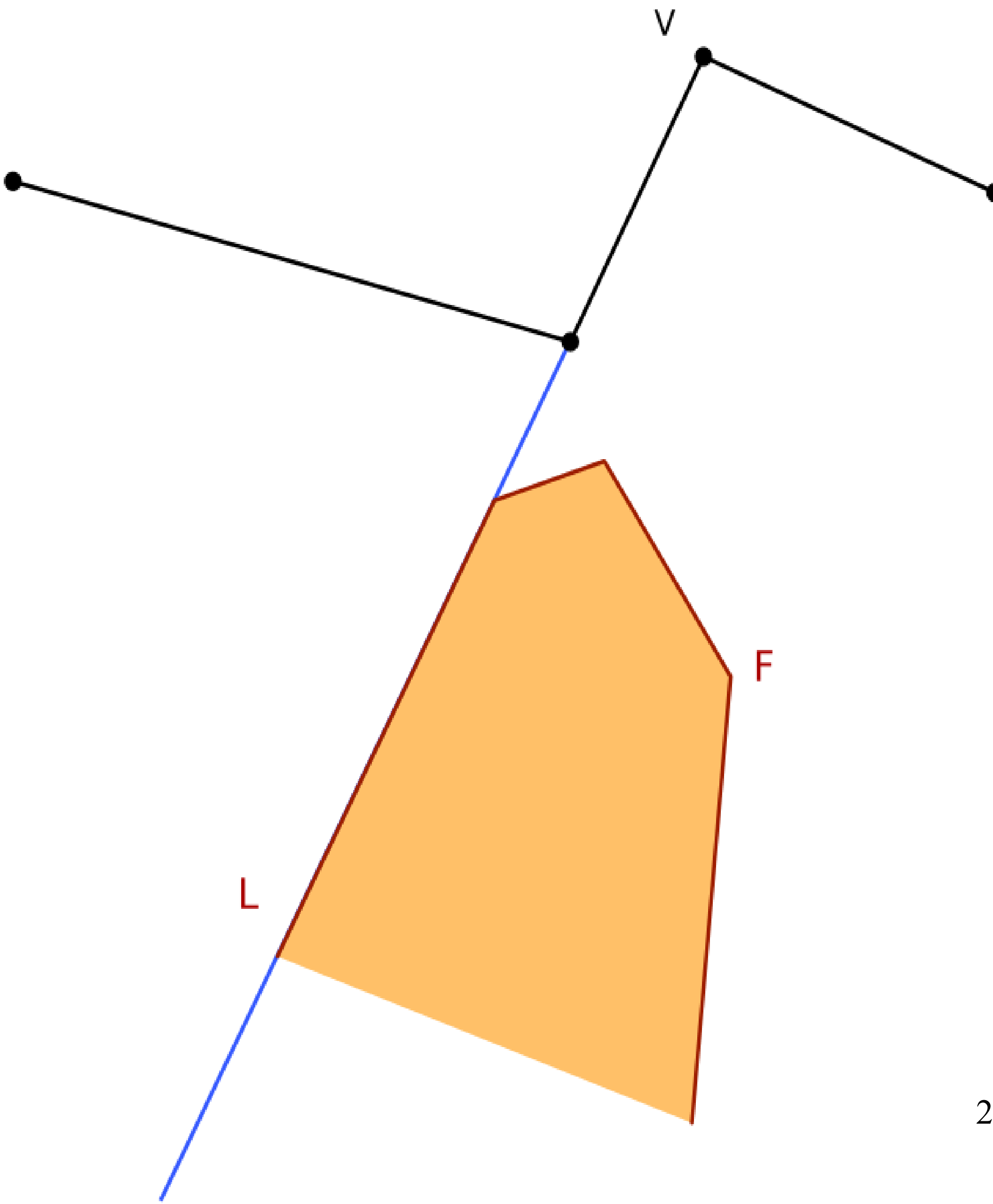
Lee - Preparata

Obdobně též
pro 3. a 4. případ

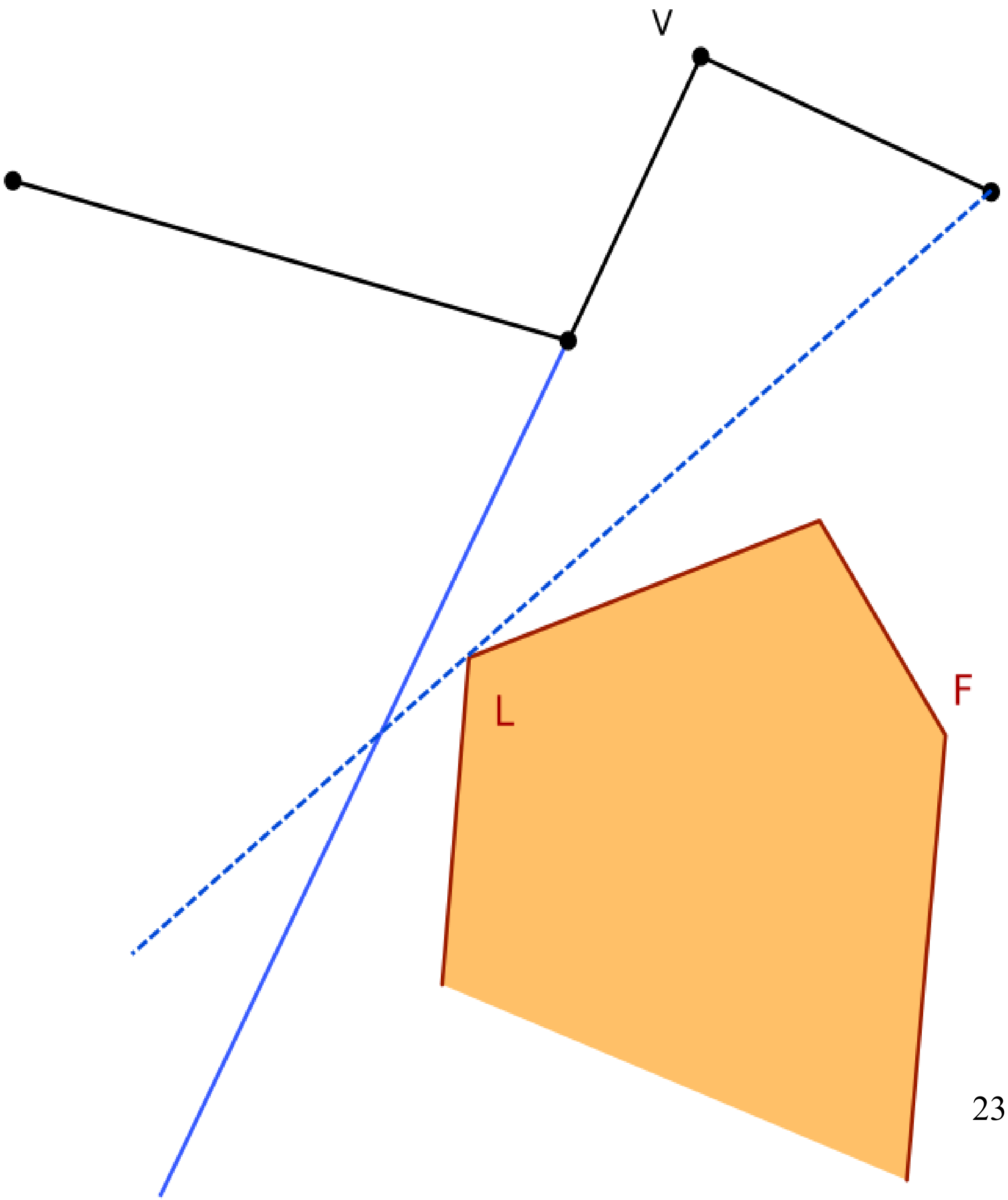
- konvexní vrchol
a bod L



Lee - Preparata

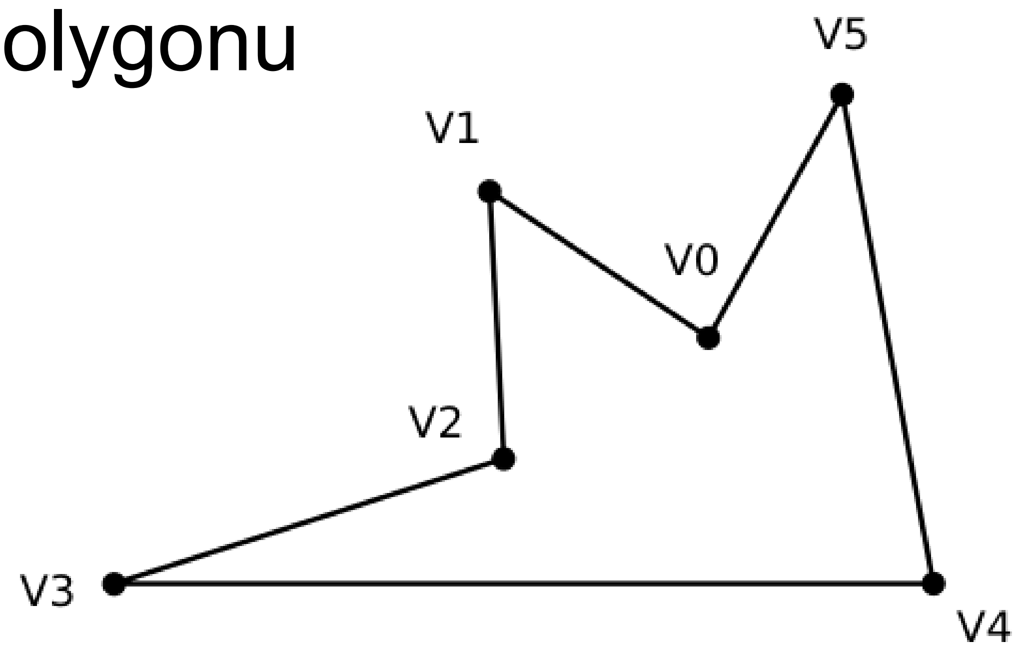


Lee - Preparata



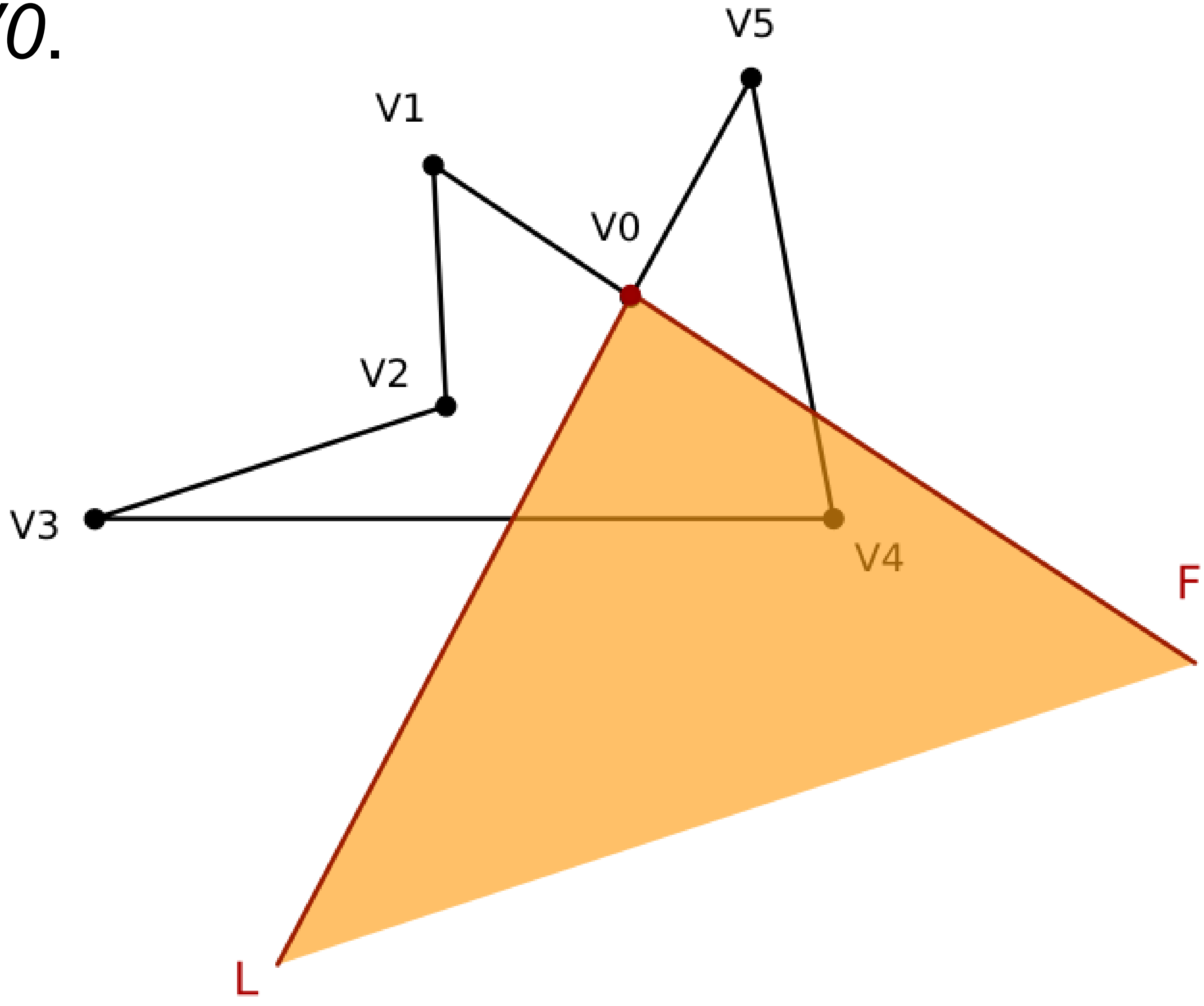
Lee - Preparata

- Následuje konkrétní příklad na konkrétním polygonu



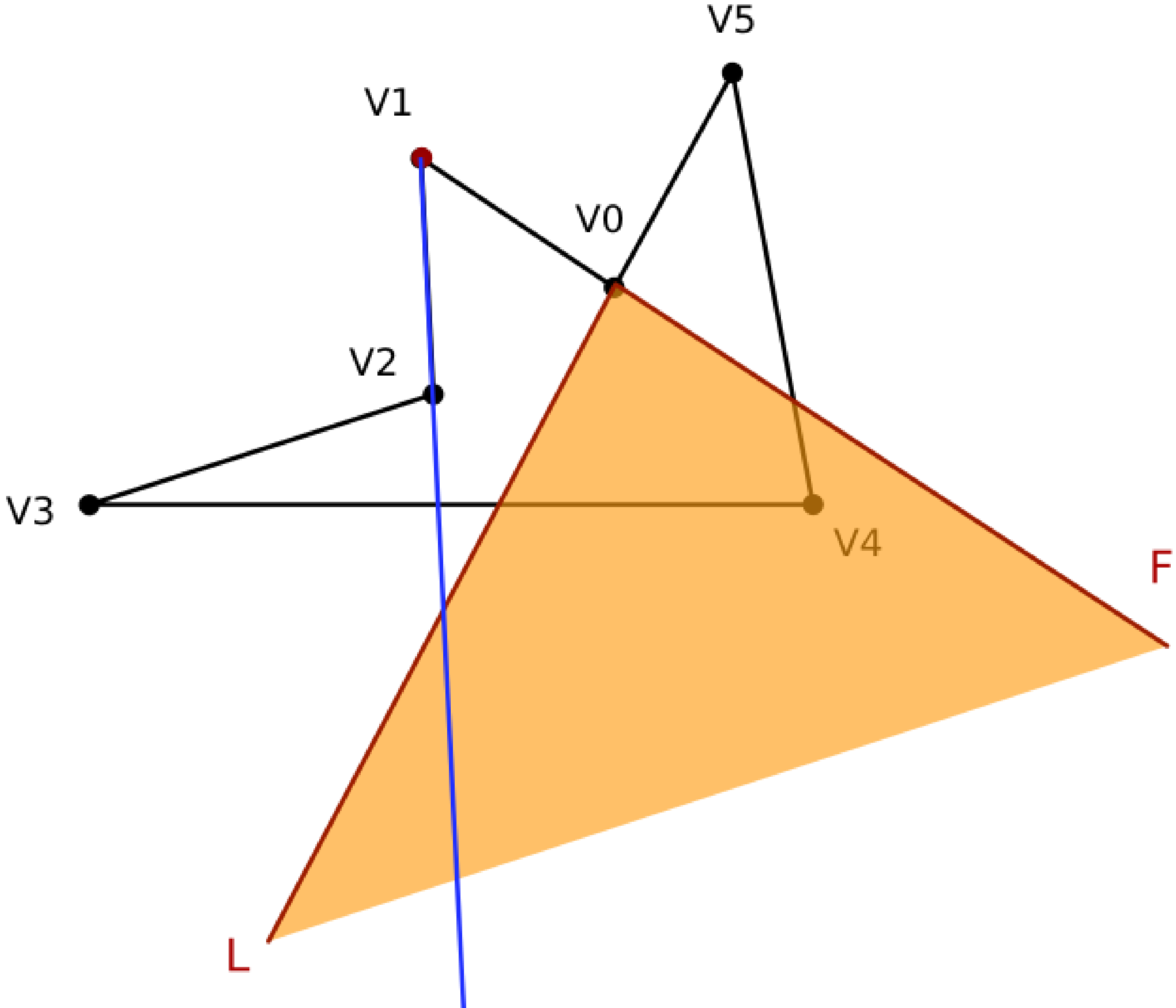
Lee - Preparata

- Jako počáteční vrchol jsme zvolili *reflexní* bod *V0*.



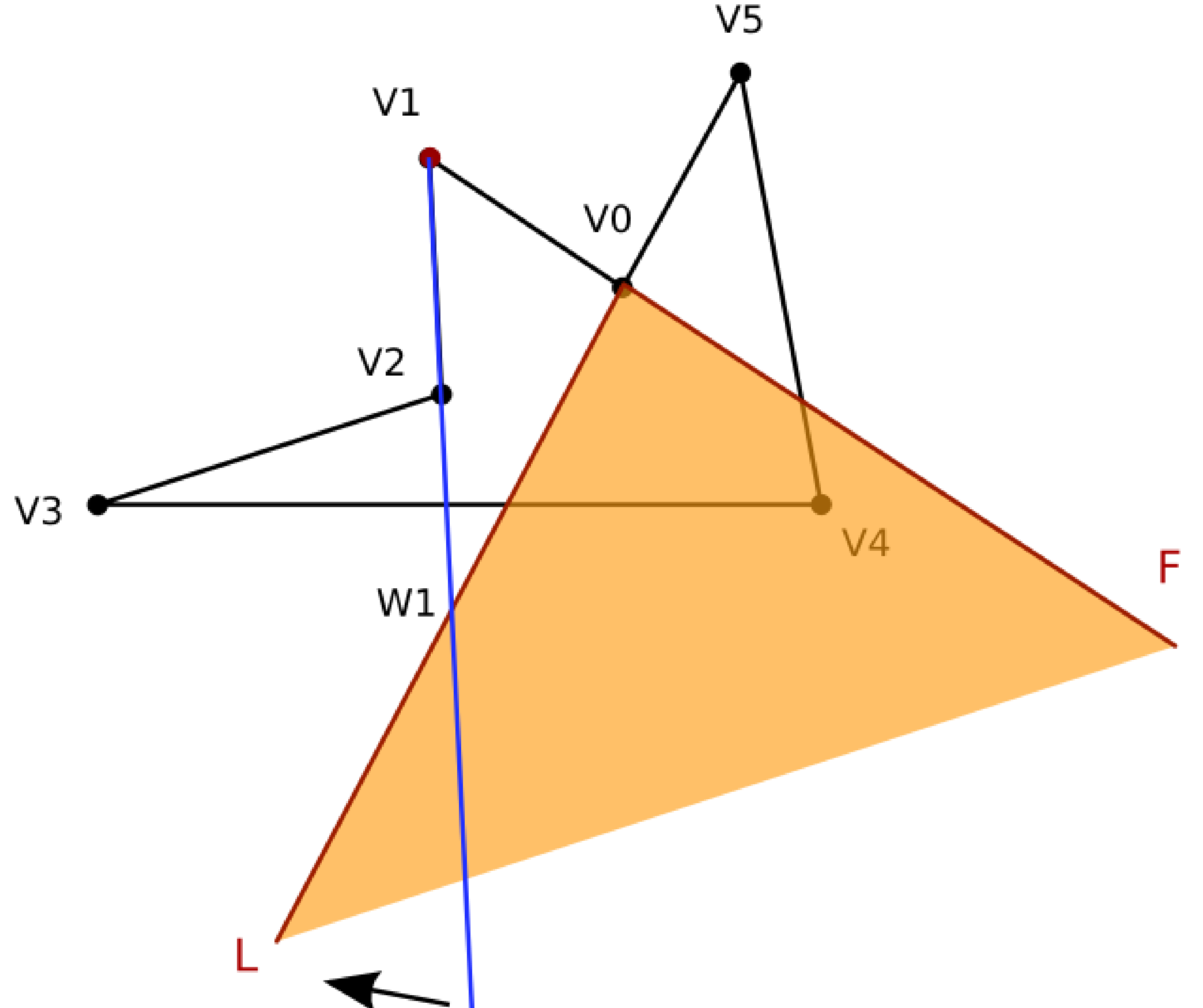
Lee - Preparata

- *V1* – konvexní vrchol



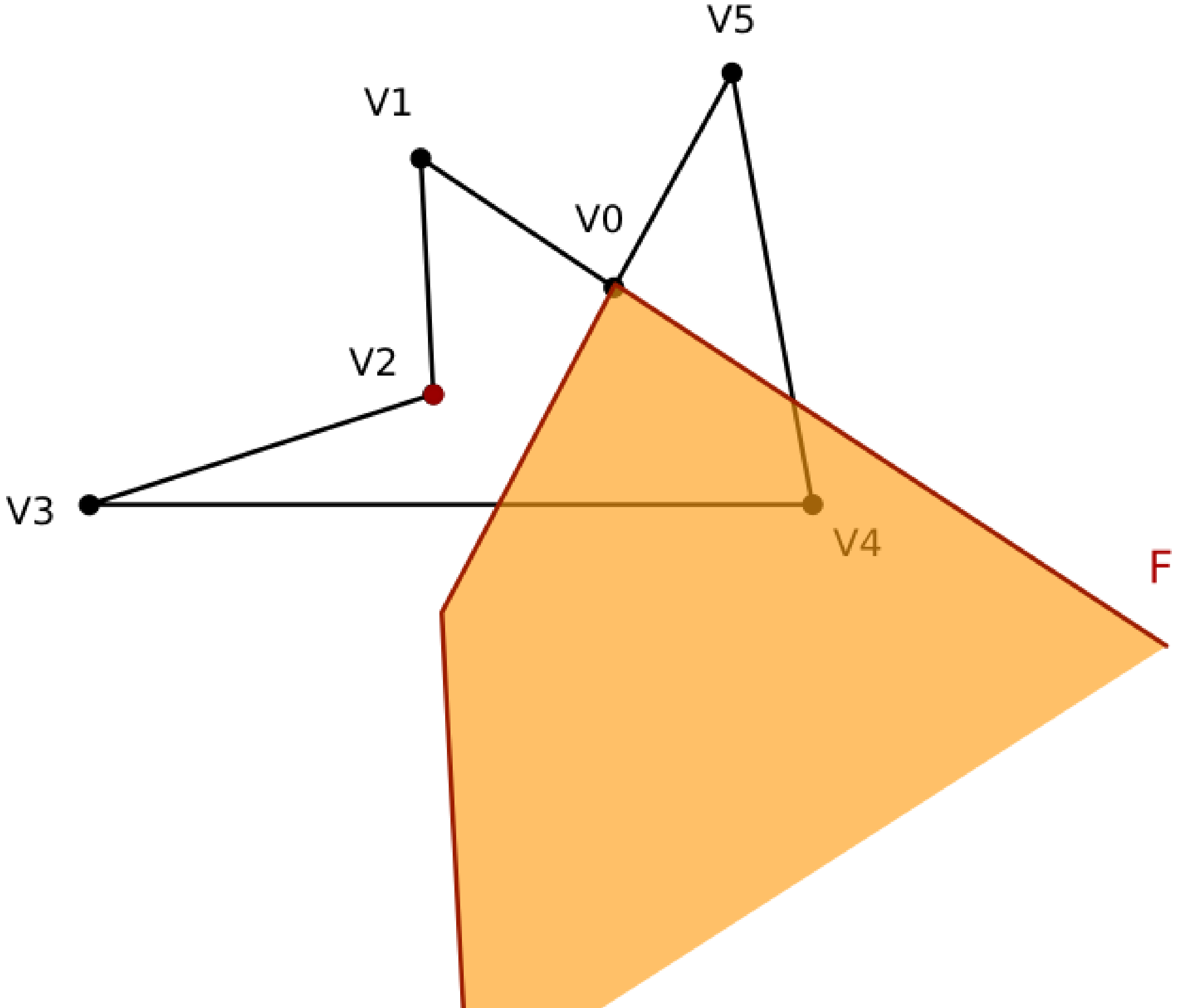
Lee - Preparata

- *L* vpravo od pol. *V1-V2,* průsečík *W1*



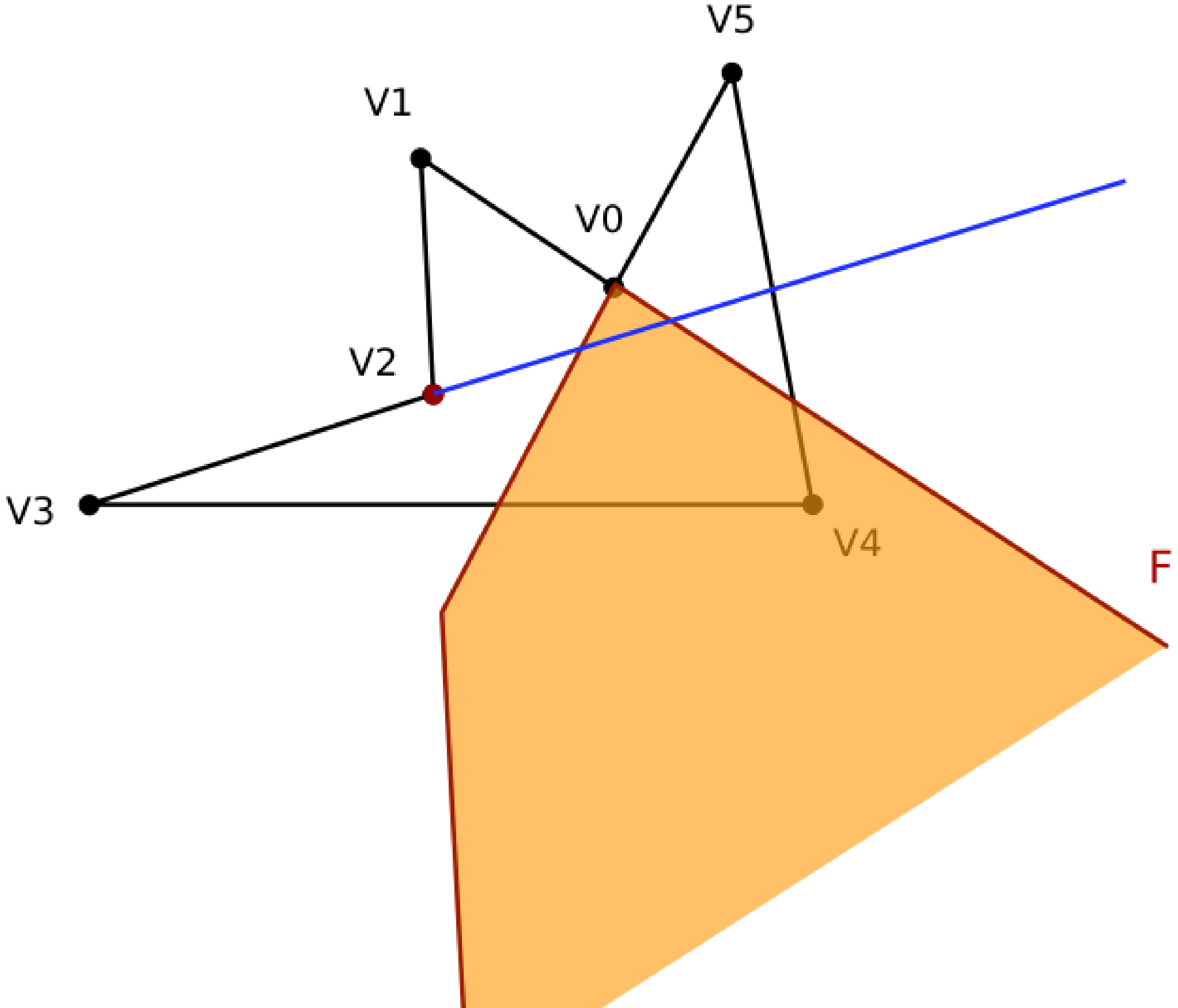
Lee - Preparata

- Ořízli jsme *K*, zatím je stále otevřené.



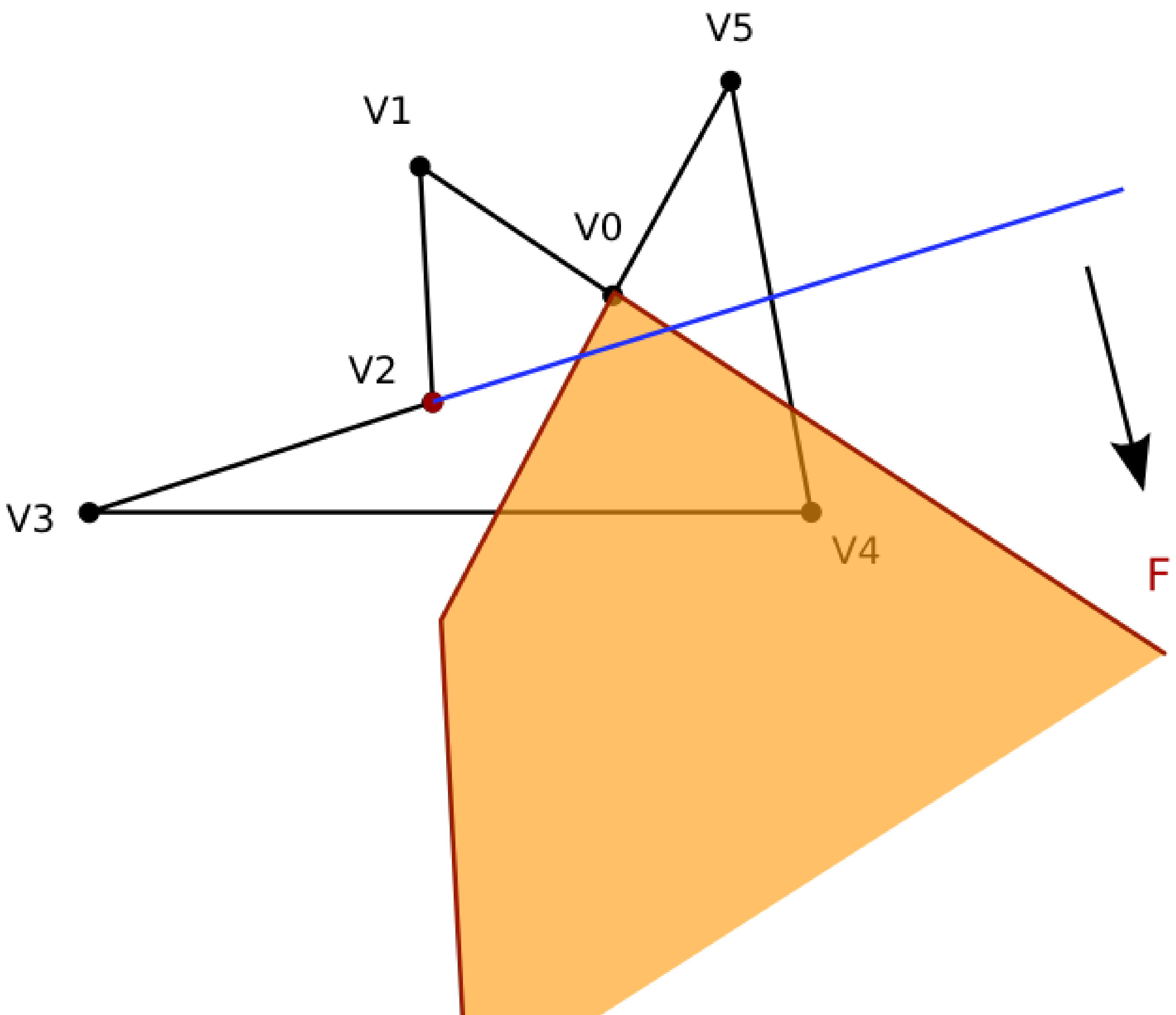
Lee - Preparata

- *V2* je reflexní vrchol.



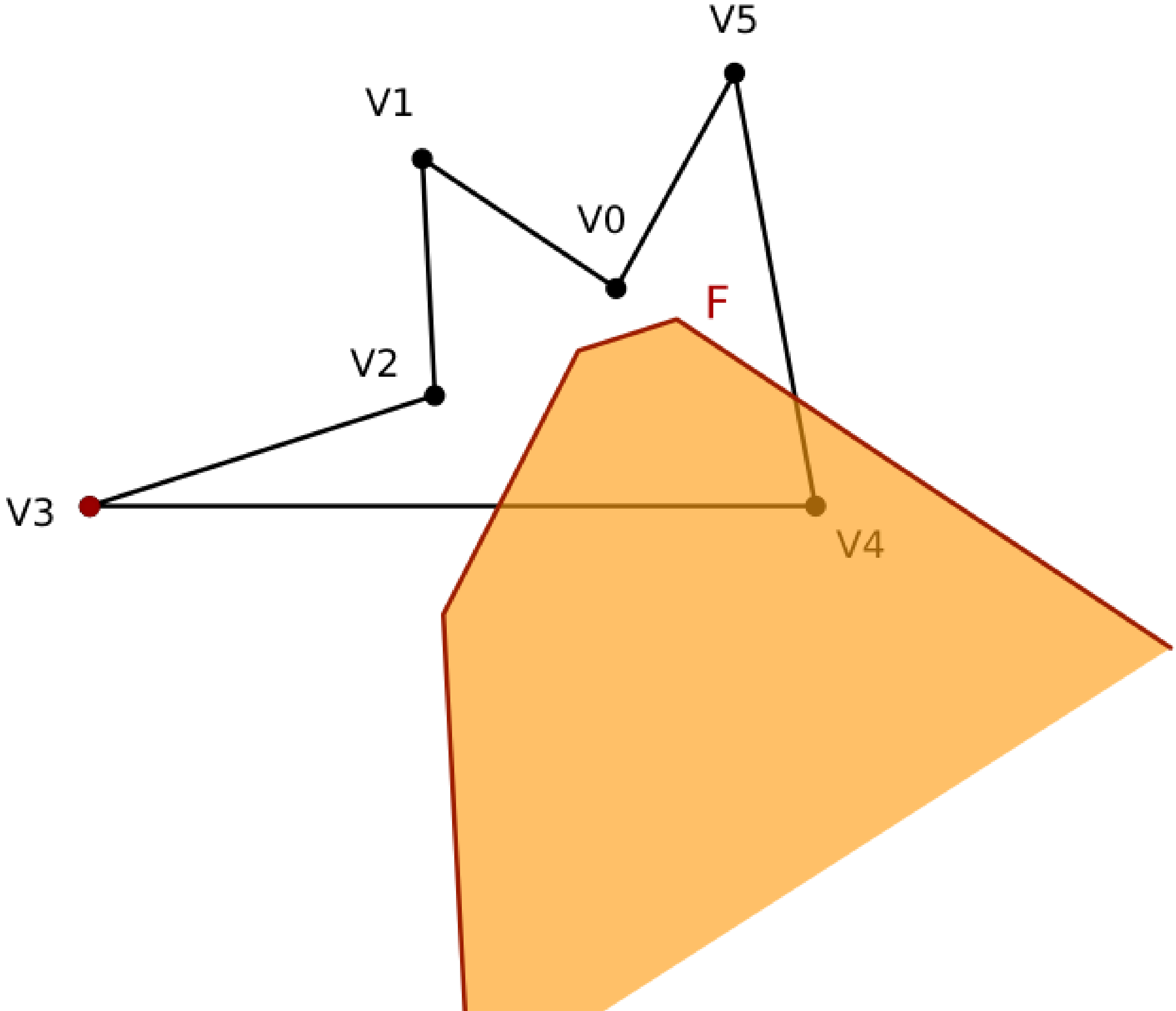
Lee - Preparata

- Bod *F* leží vpravo od polopřímky.



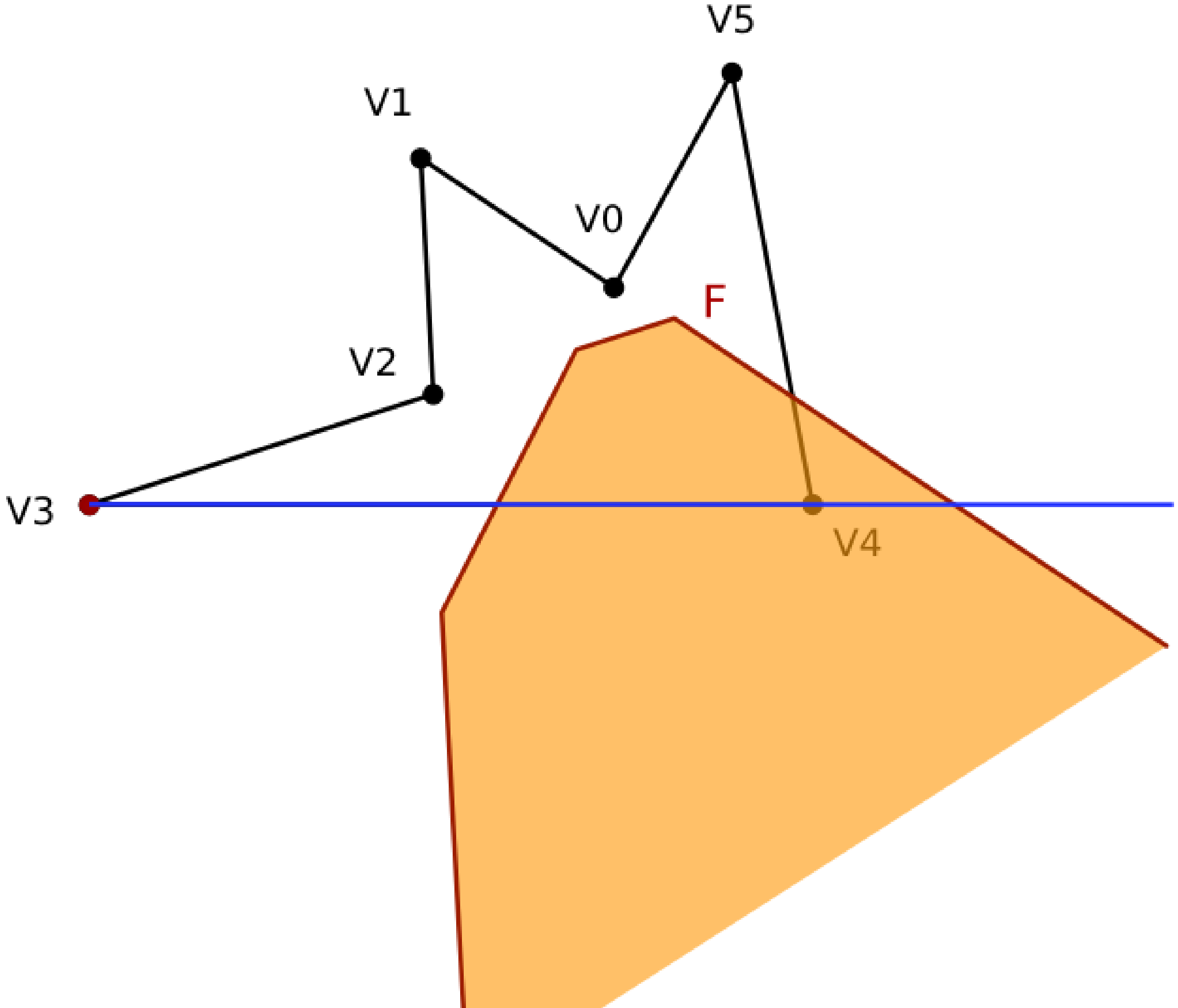
Lee - Preparata

- Opět ořízneme *K*, navíc se přemístí bod *F*.



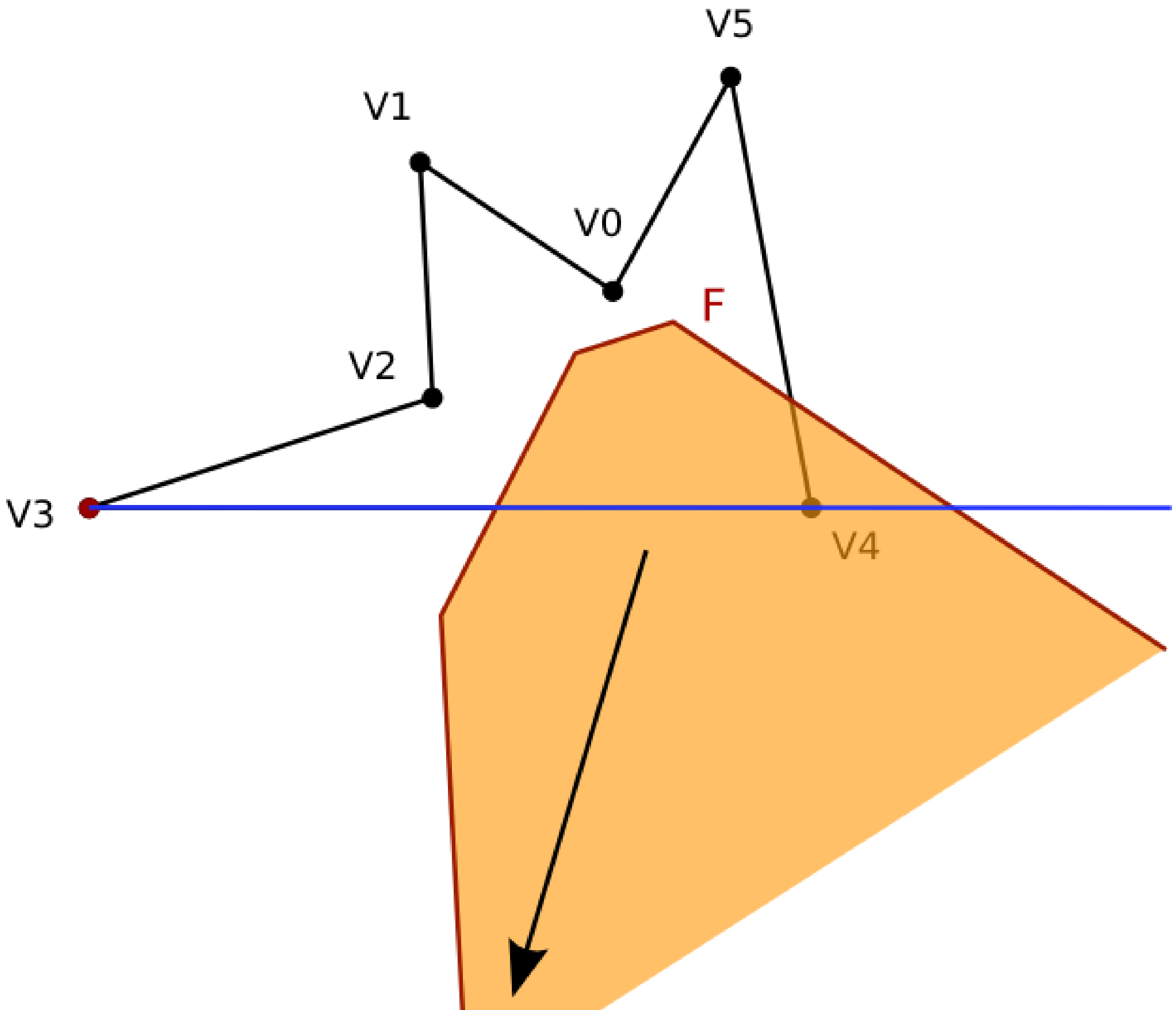
Lee - Preparata

- *V3* je konvexní vrchol.



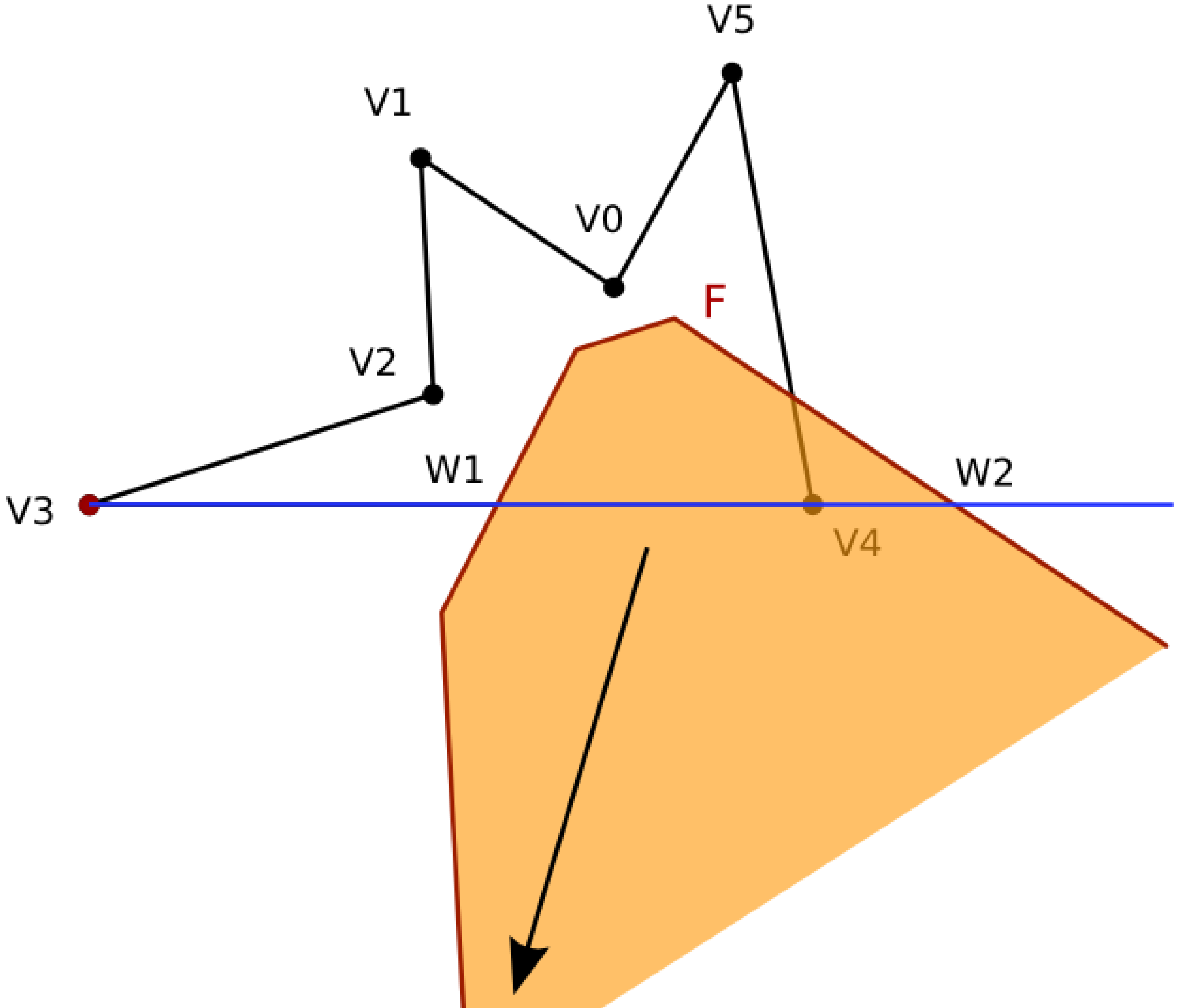
Lee - Preparata

- *L* vpravo od pol. *V3-V4.*



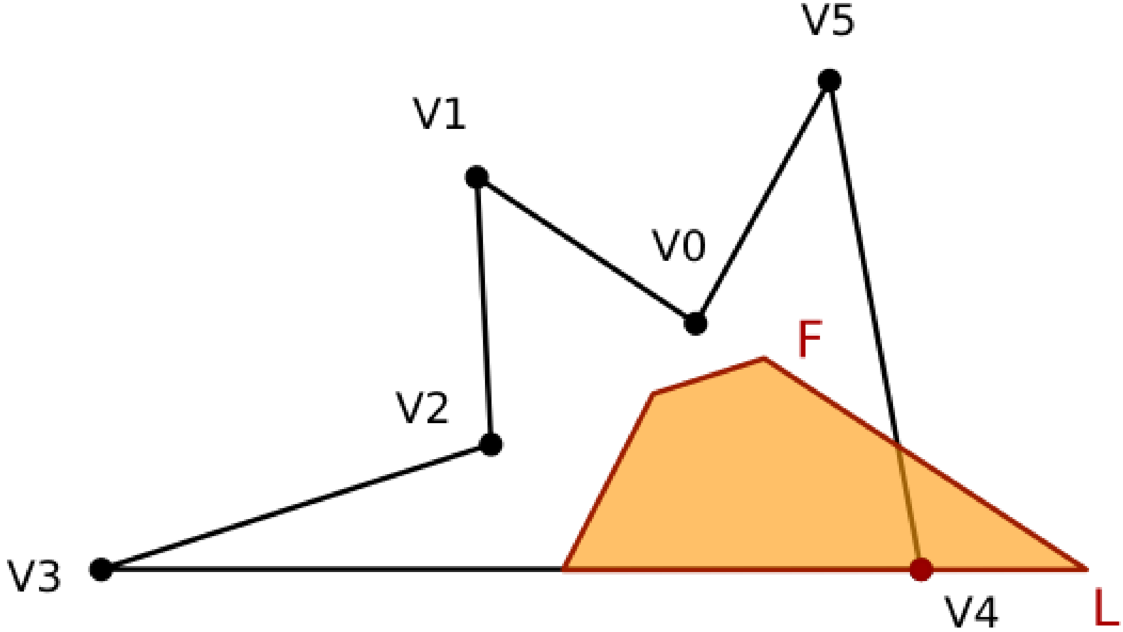
Lee - Preparata

- Průsečíky *W1, W2.*



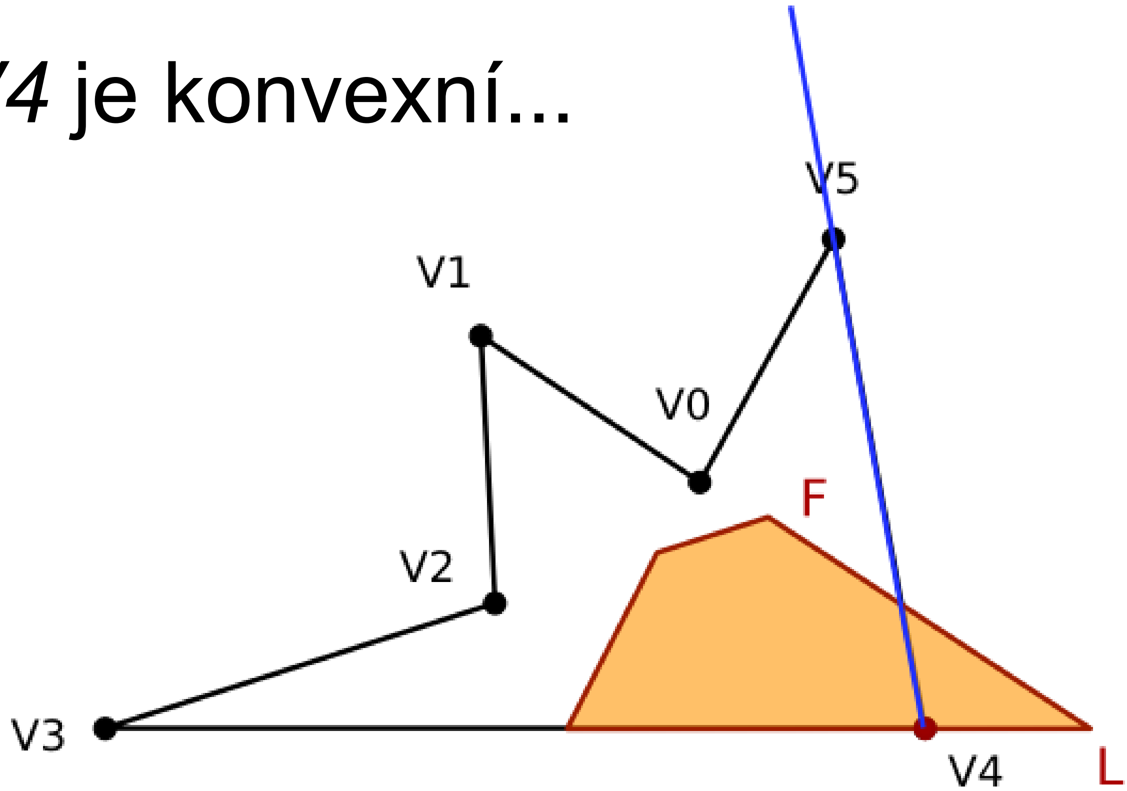
Lee - Preparata

- *K* se uzavřel.



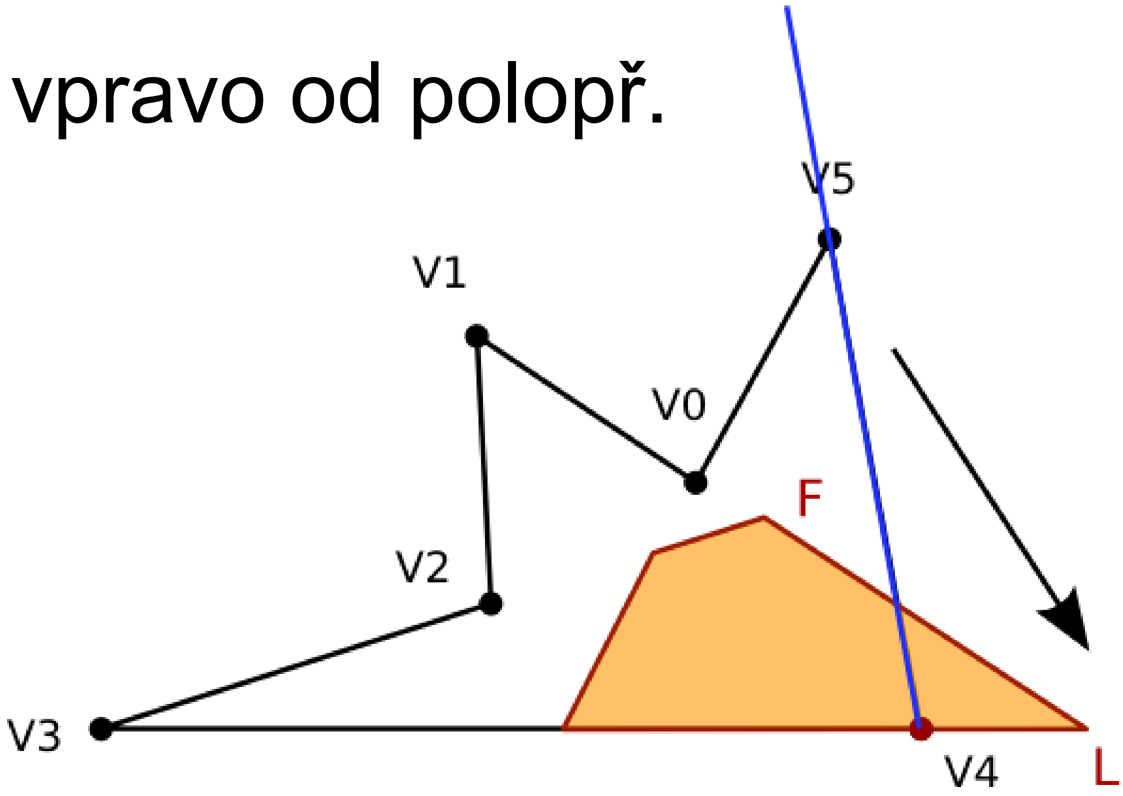
Lee - Preparata

- *V4* je konvexní...



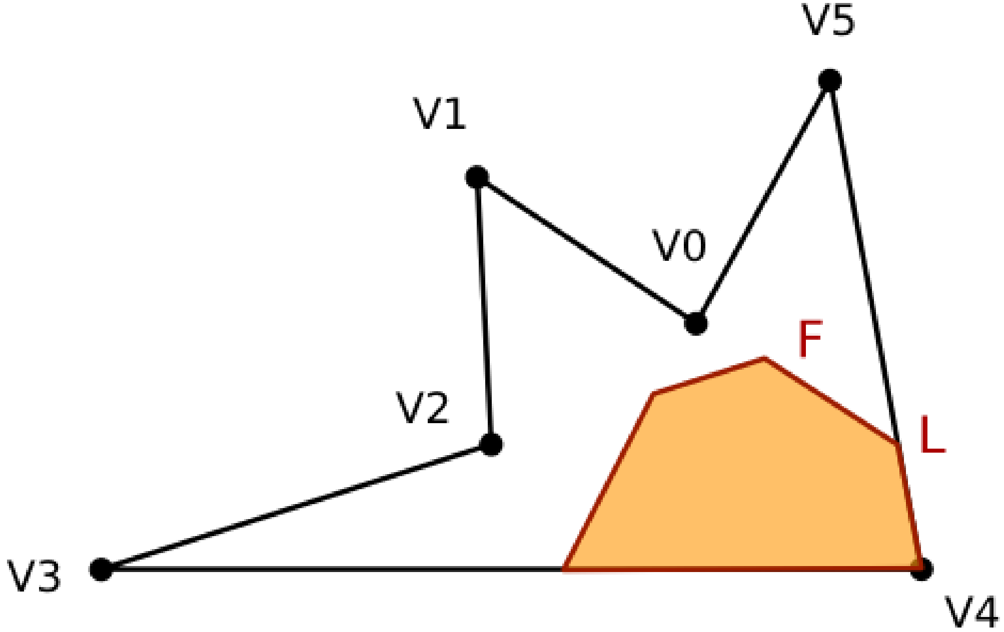
Lee - Preparata

- *L* vpravo od polopř.



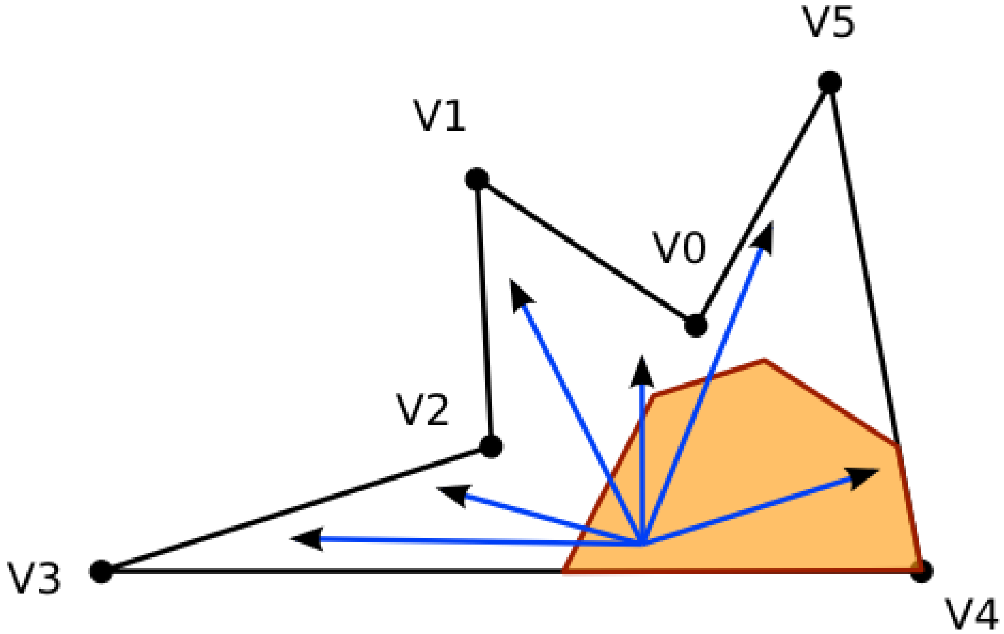
Lee - Preparata

- Oříznutí, přesun bodu *L*.



Lee - Preparata

- Z jádra vidíme všechny body v polyg. oblasti.



Lee - Preparata

- Časová složitost algoritmu:
  - procházíme všechny vrcholy polygonu
  - body F a L „obejdeme“ jádro 1x
  - jádro nemá víc než *n* vrcholů

  - celková časová složitost je ***n***
- Algoritmus je třeba doplnit testem, který ošetří případy vedoucí k časové složitosti n^2

Jádro polygonální oblasti

Použité zdroje:

- http://service.felk.cvut.cz/courses/36VGE/prednasky/Pruniky.ppt.pdf
- http://en.wikipedia.org/wiki/Star-shaped_polygon
- http://www.cs.mcgill.ca/~ethan/cs507/convexify/applet.html

Děkuji za pozornost.